Soluciones 6.^{o} *de PRIMARIA*

PROBLEMA 1

a. Se puede buscar la descomposición óptima procediendo sistemáticamente y probando todos los casos posibles, como está hecho en las tablas siguientes:

Descomposición del 10 en dos sumandos		
Sumandos		Producto
9	1	9
8	2	16
7	3	21
6	4	24
5	**5**	**25**

Descomposición del 12 en dos sumandos		
Sumandos		Producto
11	1	11
10	2	20
9	3	27
8	4	32
7	5	35
6	**6**	**36**

Se ve que el máximo producto se obtiene cuando se descomponen los números 10 y 12 como suma de dos sumandos iguales.

Descomposición del 13 en dos sumandos		
Sumandos		Producto
12	1	12
11	2	22
10	3	30
9	4	36
8	5	40
7	6	42

Esta cuestión se podría responder razonando algebraicamente, proporcionando la solución en el caso general. Para un número par, el máximo producto se obtiene al descomponerlo en dos sumandos iguales. Así, si el número se escribe como $2n$, la descomposición óptima sería $n + n$ y el producto n^2.

Para los números impares, se demuestra que la solución es en dos sumandos 'casi iguales'. Es decir, si el número lo escribimos como $2n+1$, la descomposición óptima sería $n+(n+1)$, que daría lugar al producto $n^2 + n$.

Por tanto habría que descomponer el 12 como $6 + 6$, el 13 como $7 + 6$ y el 14 como $7 + 7$ para obtener el mayor producto de los sumandos de la descomposición.

En efecto, si se descompusiera de cualquier otra forma sería $n + a$ y $n - a$, el producto sería $n^2 - a^2$, que es menor que n^2.

b. Igualmente, se puede llegar a la solución por tanteo sistemático, esto es, comprobando una a una todas las posibilidades:

Descomposición del 10 en tres sumandos			
Sumandos			Producto
6	2	2	24
5	3	2	30
4	3	3	36

Descomposición del 10 en cuatro sumandos				
Sumandos				Producto
4	2	2	2	32
3	3	2	2	36

Descomposición del 10 en cinco sumandos					
Sumandos					Producto
2	2	2	2	2	32

c. Igual que ocurría en los apartados anteriores, es posible llegar a la solución comprobando, de manera sistemática, todos los casos posibles, como se hace en la siguiente tabla, en las que vemos las distintas posibilidades de expresar el número 12 y el 13 como suma de 2, 3, 4, 5 y 6 sumandos. Hemos eliminado el 1 como sumando por ser el elemento neutro de la multiplicación (el producto de cualquier número por 1 es ese mismo número). Están señaladas en cada tabla las descomposiciones que da lugar al mayor producto:

Descomposición del 12 en varios sumandos	
En 2, 3, 4, 5 y 6 sumandos	**Producto**
10 2	20
9 3	27
8 4	32
7 5	35
6 6	36
8 2 2	32
7 3 2	48
6 3 3	54
5 4 3	60
4 4 4	64
6 2 2 2	48
5 3 2 2	60
4 3 3 2	72
3 3 3 3	**81**
4 2 2 2 2	64
3 3 2 2 2	72
2 2 2 2 2 2	64

d. El número cien lo podemos expresar como una suma de 100 sumandos iguales a 1 y su producto es el menor posible, 1.

PROBLEMA 2

CLAVE	TEXTO
A	L T Q B H Z M U R C I A
C	P B C R K A M S E F U N D O
B	F Y A C K G J B N Q A G C L R N Q Y M N Q H A C E M I L D O S C I E N T O S A Ñ O S

PROBLEMA 3

a. El área del cuadrado mayor es $64\,m^2$, como está formado por 8 triángulos negros, y son 4 los que no forman parte del cuadrado B, el área de este es $32\,m^2$. Análogamente el área del cuadrado C es es $16\,m^2$. Razonando de la misma manera iremos rellenan la tabla siguiente.

b. El área del cuadrado mayor es $64\,m^2$, como está formado por 8 triángulos negros, luego el área del triángulo A es de $8\,m^2$. Análogamente el cuadrado de $32\,m^2$ está formado por 8 triángulos iguales B que tendrán una superficie de $4\,m^2$ e igual que en el apartado a) iremos rellenado la tabla.

Cuadrado	Área de cada cuadrado	Área de cada triángulo
A	64	8
B	32	4
C	16	2
D	8	1
E	4	$\frac{1}{2} = 0,5$
F	2	$\frac{1}{4} = 0,25$

PROBLEMA 4

a. 500 litros.

b. 40 litros.

c. 8130 litros

d. 300 vueltas completas

PROBLEMA 5

Sabemos que cuanto más alejado nos situamos a la derecha del punto intersección de los ejes de la gráfica, los valores son más grandes, luego el punto correspondientes al viernes representa una mayor cantidad de naranjas compradas, por tanto si paga lo mismo que cuando compra menos kg, que lo hace L, M, X y J, se tiene que el viernes, el precio del kilo de naranjas es el más bajo y el lunes el precio del kilo de naranjas es el más caro.

Días	**Lunes**	**Martes**	**Miércoles**	**Jueves**	**Viernes**
Kilos	2	4	5	8	12
euros/kilo	3	1,5	1,2	0,75	0,5
Total	6	6	6	6	6